

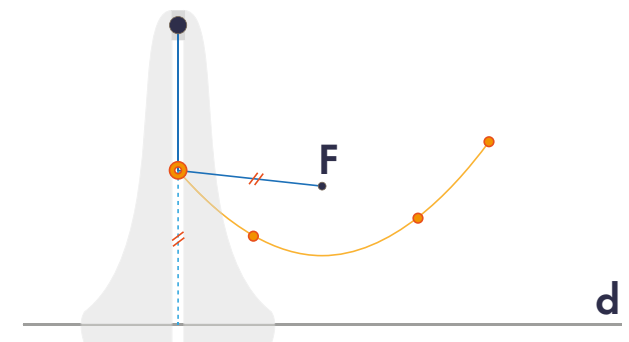
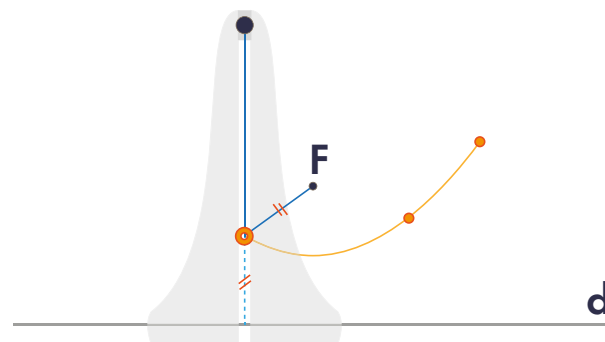
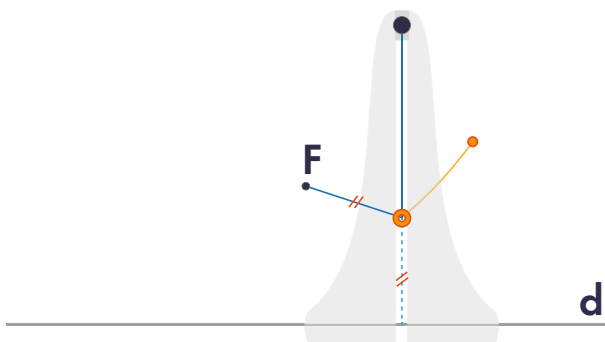
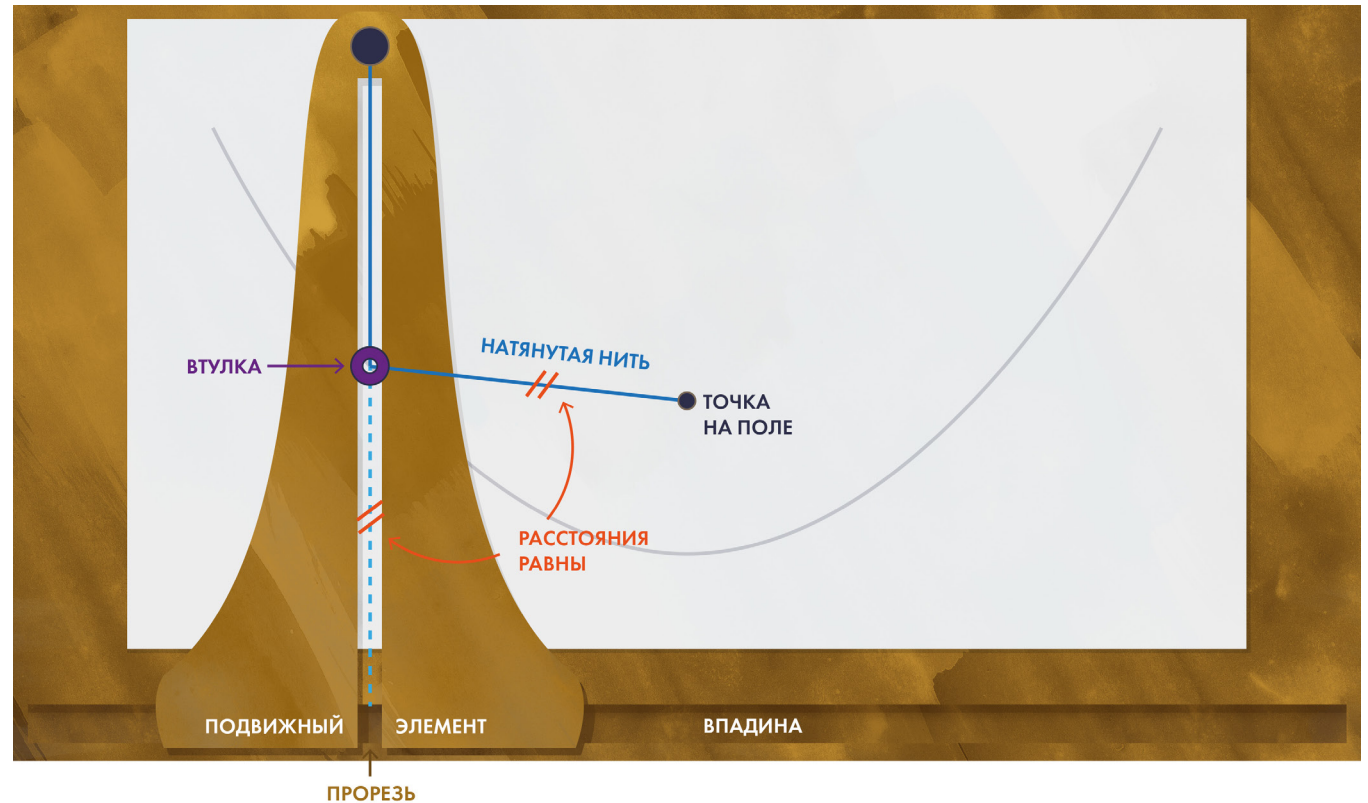
ПАРАБОЛОГРАФ

ОПИСАНИЕ:

Инструмент состоит из **подвижного элемента**, движущегося вдоль **впадины**. В подвижном элементе есть **прорезь**, вдоль которой может перемещаться **втулка**. Через втулку проходит **нить**, равная длине прорези и прикрепленная к верхней части **подвижного элемента** и к **точке на поле**.

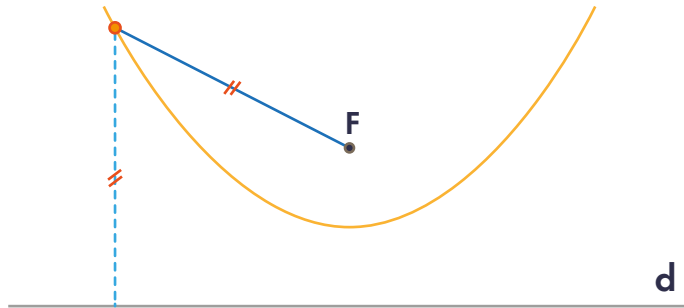
ПРИНЦИП РАБОТЫ:

Если держать нить натянутой, то расстояния от втулки до точки на поле и до впадины равны (так как длина нити равна длине прорези). Значит, вставив карандаш во втулку, мы сможем нарисовать **параболу**, для которой точка на поле будет **фокусом**, а впадина — **директрисой**.

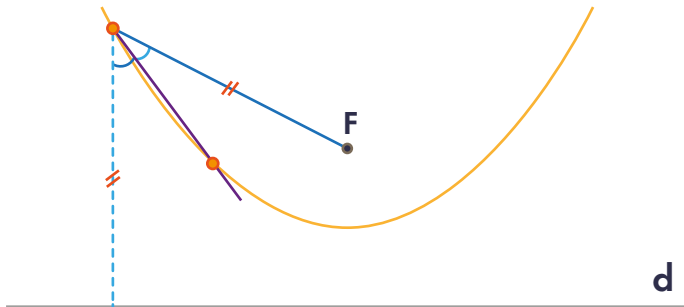


ОПТИЧЕСКОЕ СВОЙСТВО ПАРАБОЛЫ - 1

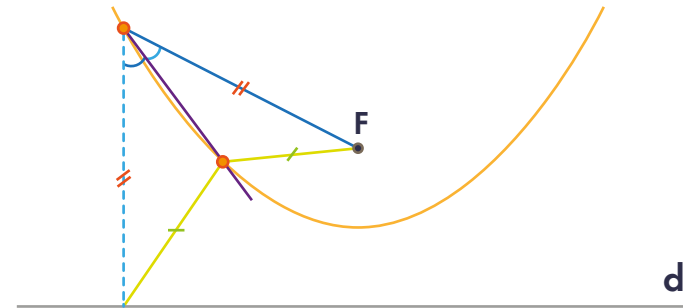
1. Выберем произвольную точку на параболе, проведем из нее отрезок к фокусу и перпендикуляр к директрисе. По определению параболы, эти отрезки равны.



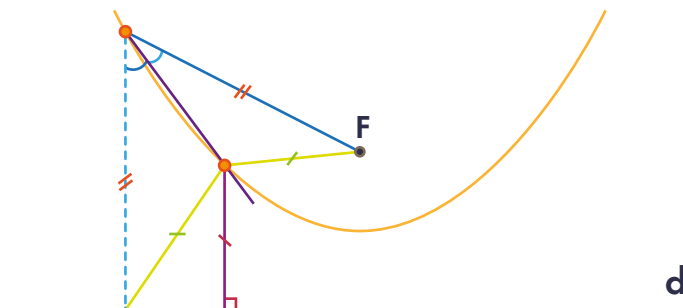
2. Построим биссектрису полученного угла. Поскольку парабола — это выпуклая кривая, то пересекающие её прямые имеют с параболой, как правило, две точки пересечения. Отметим вторую такую точку для биссектрисы (первая находится в вершине угла).



3. Соединим вторую точку с фокусом и точкой перпендикуляра на директрисе. Полученные треугольники равны по двум сторонам и углу между ними. Значит, отрезки, проведенные из второй точки, равны.



4. Опустим перпендикуляр из второй точки на директрису. По определению параболы, этот отрезок равен расстоянию до фокуса, а значит, равен и второму отрезку проведенному к директрисе (не по кратчайшему пути, а наклонно) — противоречие!

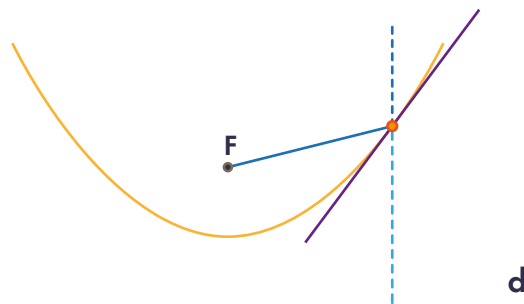


Значит, предположение о существовании второй точки пересечения было неверным.

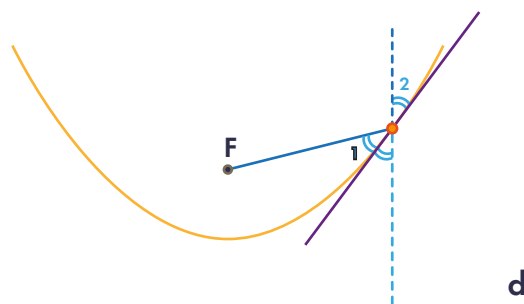
Если прямая (не параллельная оси параболы) пересекает параболу в одной точке, то такая прямая называется **касательной** к параболе.

ВЫВОД: БИСЕКТРИСА ПОСТРОЕННОГО УГЛА ЯВЛЯЕТСЯ КАСАТЕЛЬНОЙ К ПАРАБОЛЕ.

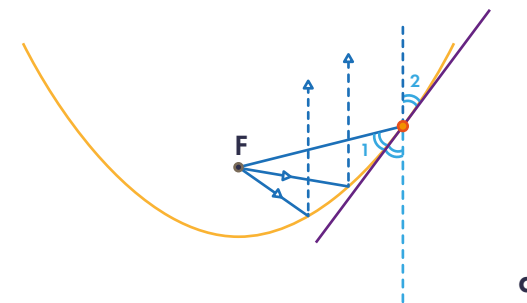
ОПТИЧЕСКОЕ СВОЙСТВО ПАРАБОЛЫ - 2



1. Повторим чертеж корректно для второй ветви параболы: биссектриса и парабола имеют ровно одну общую точку.



2. Отметим равные вертикальные углы и заметим, что $\angle 1 = \angle 2$.

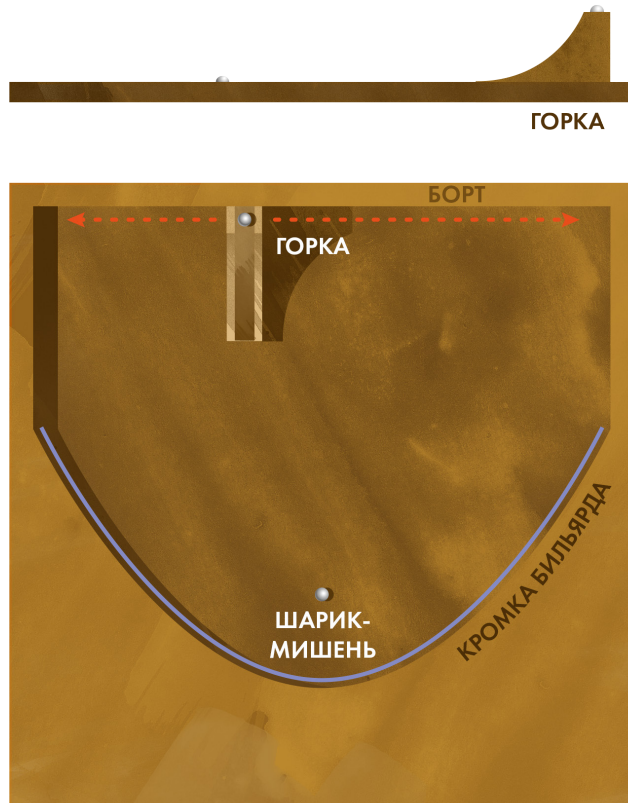


3. Значит, если мы сделаем параболу из зеркального материала, то луч, выпущенный из фокуса, после отражения пойдет перпендикулярно директрисе, причем это будет верно для любой точки параболы.

ВЫВОД: ЛУЧИ, ВЫПУЩЕННЫЕ ИЗ ФОКУСА, ПОСЛЕ ОТРАЖЕНИЯ ИДУТ ПАРАЛЛЕЛЬНЫМ ПУЧКОМ, ПЕРПЕНДИКУЛЯРНО ДИРЕКТРИСЕ.

Другими словами, **директриса направляет лучи вдоль оси симметрии параболы.**

ПАРАБОЛИЧЕСКИЙ БИЛЬЯРД

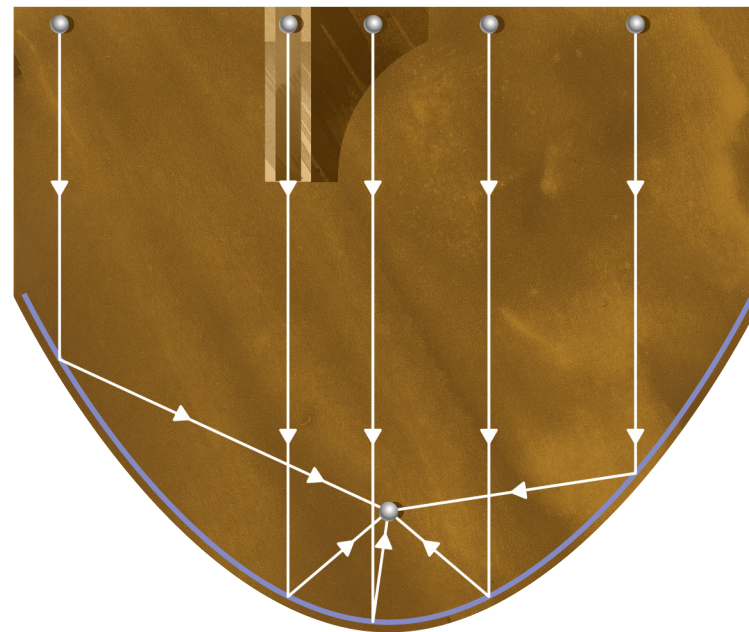


ЗАДАЧА:

Выбрать такое **положение горки**, прислоненной к **борту**, что спущенный с нее шарик, ударившись о **кромку бильярда**, попадет в выставленный **шарик-мишень**.

«УДИВИТЕЛЬНОЕ» РЕШЕНИЕ:

Подходит любое положение горки, так как шарик-мишень находится в фокусе параболы. Мы доказали, что все лучи, выходящие из фокуса, после отражения от параболы идут параллельно друг другу (и параллельно оси параболы). Оказывается, верно и обратное (так как для отражения лучей не имеет значения их направление).



ВОПРОС: ГДЕ ЗДЕСЬ ПАРАБОЛА?

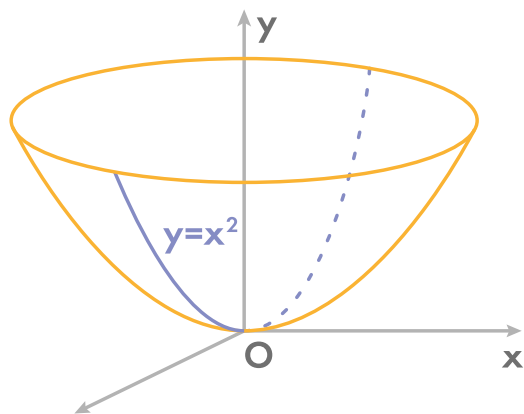
Кромка бильярда не является параболой, так как шарик, моделирующий точку фокуса, имеет около 2 см в диаметре.

ОТВЕТ:

Чтобы нарисовать параболу, нужно отступить от кромки примерно **на 1 см внутрь поля**.

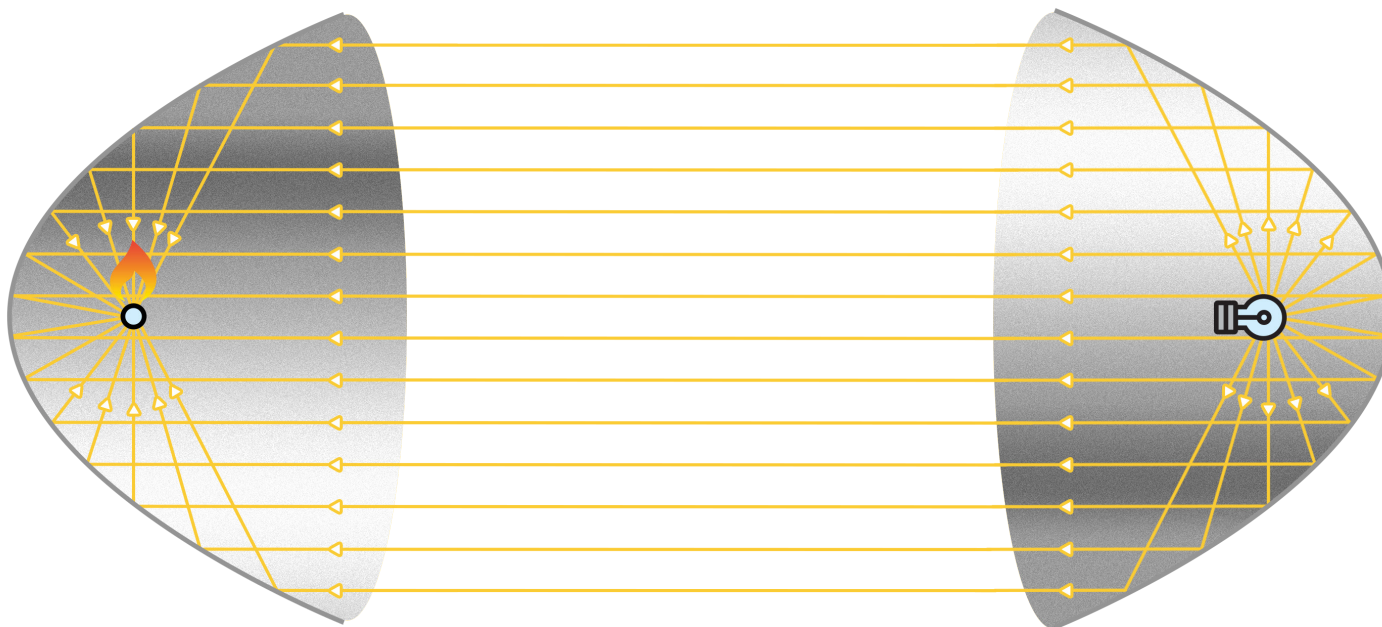
ПАРАБОЛОИДЫ В ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ

ПАРАБОЛОИД — ЭТО “ПАРАБОЛА,
КОТОРУЮ ПОКРУТИЛИ
ВОКРУГ ЕЁ ОСИ”:



ОПТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА:

В оптической системе два параболоида с зеркальной поверхностью стоят друг напротив друга. В фокусе одного параболоида находится лампочка, в фокусе другого — бумажка.



Если зажечь лампочку, лучи отразятся от одного параболоида, пойдут параллельным пучком, отразятся от другого параболоида и встретятся в его фокусе.

В результате бумажка загорится.

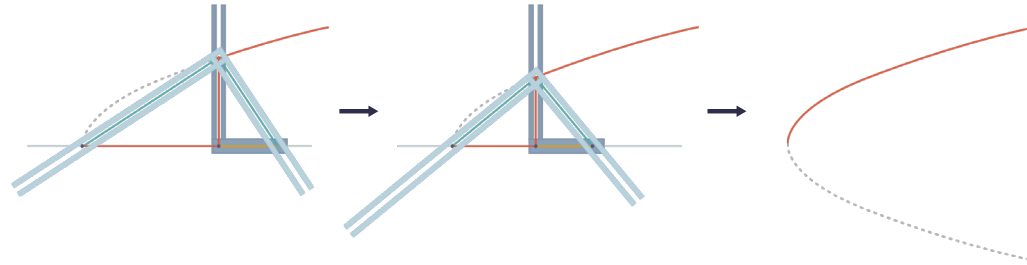
ПАРАБОЛОГРАФ ДЛЯ ОДНОЙ ВЕТВИ

МЕХАНИЗМ СОСТОИТ ИЗ ДВУХ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ УГОЛЬНИКОВ И РЕЙКИ:

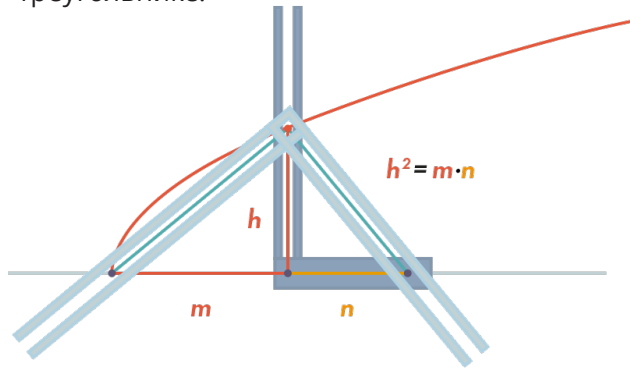


ПРИНЦИП РАБОТЫ:

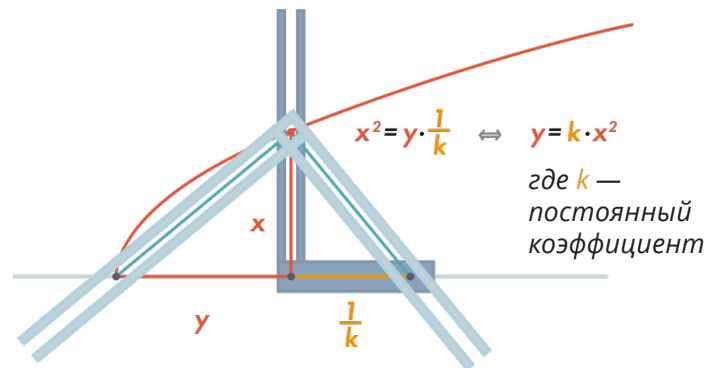
Каждая точка механизма может двигаться по некоторой кривой. Если поместить в вершину первого угольника карандаш, можно провести кривую, являющуюся одной из ветвей параболы:



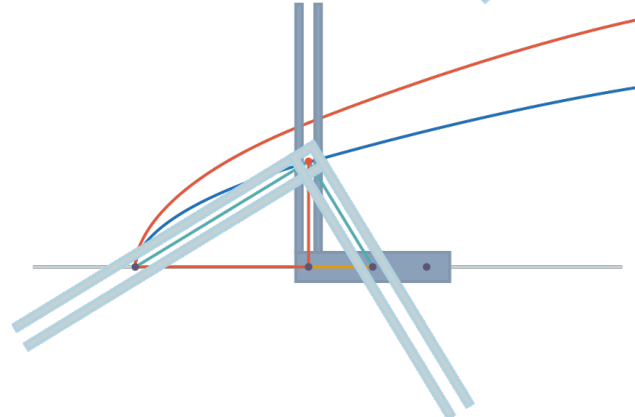
1. Докажем, что это парабола. Воспользуемся следующим соотношением в прямоугольном треугольнике:



2. Переобозначим отрезки и выразим y через x :



4. Обратите внимание, при движении механизма значения x и y меняются, а величина $1/k$ остается неизменной. Если мы уменьшим горизонтальную сторону второго угольника (то есть увеличим коэффициент k), то получим более “узкую” параболу:



3. Получили параболу, заданную алгебраически в координатных осях (повернутых на 90°):

